

TRANSFERT DE MATIERE, AVEC REACTION CHIMIQUE IRREVERSIBLE, DANS UNE COUCHE LIMITE LAMINAIRE

F. COEURET

Centre de Cinétique Physique et Chimique du C.N.R.S., Route de Vandoeuvre, 54 Villers, Nancy, France

et

J. J. RONCO

Département de Technologie Chimique, Faculté des Sciences Exacte, La Plata, R. Argentine

(Reçu le 10 Mars 1971)

Résumé—Dans cet article, les auteurs déduisent une solution approchée donnant le facteur de réaction pour le transfert de matière avec réaction chimique irréversible d'ordre un dans une couche limite laminaire développée le long d'une plaque plane. Cette solution, établie dans le cas particulier de nombres de Schmidt élevés, est comparée aux expressions théoriques déduites de la littérature; cette comparaison met en évidence l'intérêt de la solution approchée obtenue. L'article traite également du cas où la réaction chimique irréversible mise en jeu est d'ordre deux.

NOTATION		Lettres grecques	
$a_1, a_2, a_3,$		$u_y,$	composante de la vitesse du fluide suivant Oy ;
$a_4, a_5,$	constantes dans l'expression (22) :	$x,$	coordonnée dans le sens de l'écoulement ;
$A,$	constituant de la plaque ;	$y,$	coordonnée dans la direction perpendiculaire à la plaque ;
$B,$	soluté contenu dans le fluide ;	$z,$	coefficient stoechiométrique de la réaction de A sur B .
$U,$	constituant fictif ;		
$C_A,$	concentration de A ;		
$C_B,$	concentration de B ;		
$C_U,$	$= (1/z) \cdot C_B - C_A$; concentration du constituant fictif U ;		
$D_A,$	coefficient de diffusion de A dans le liquide ;	$\alpha,$	$= [\theta'_0(0)]^3 / Sc$;
$D_B,$	coefficient de diffusion de B dans le liquide ;	$\gamma,$	$= (k_1 \cdot D_A)^{1/2} / k_L^0$ ou $(k_2 \cdot C_{B\infty} \cdot D_A)^{1/2} / k_L^0$;
$D,$	coefficient de diffusion de A et de B lorsque $D_A = D_B$;	$\gamma',$	paramètre défini par la relation (33) ;
$i,$	variable dans (16) et (17) ;	$\delta,$	épaisseur de la couche limite dynamique ;
$k_1,$	constante de vitesse d'une réaction d'ordre un ;	$\delta_m,$	épaisseur de la couche limite de concentration ;
$k_2,$	constante de vitesse d'une réaction d'ordre deux ;	$\eta,$	$= y \cdot (u_\infty / \nu \cdot x)^{1/2}$;
$k_L,$	coefficient de transfert de matière ;	$\nu,$	viscosité cinématique du liquide ;
$r_A,$	vitesse de la réaction chimique ;	$\Delta,$	$= \delta_m / \delta$;
$Sc,$	$= \nu / D_A$; nombre de Schmidt correspondant à A ;	$\theta'_i(0),$	concentration relative ;
$u_x,$	composante de la vitesse du fluide suivant Ox ;	$\phi,$	$= k_L / k_L^0$; facteur de réaction ;
		$\phi_{i,r},$	facteur de réaction correspondant à une réaction infiniment rapide.

Indices

- s , à la surface de la plaque ;
 ∞ , à grande distance de la plaque.

Exposants

- \circ , en l'absence de réaction chimique ;
 $-$, valeur moyenne.

DEPUIS quelques années, l'analyse mathématique des phénomènes de transfert de matière accompagnés de réaction chimique a fait l'objet de plusieurs travaux qui se distinguent en premier lieu par le caractère de la réaction chimique mise en jeu :

—réaction hétérogène, intervenant à la surface d'un solide.

—réaction homogène dans une région de fluide en mouvement voisine d'une interface à partir de laquelle diffuse une espèce chimique réactive.

Dans la seconde catégorie, quelques auteurs ont étudié le transfert de matière dans une couche limite laminaire qui se développe le long d'un obstacle immergé, le plus souvent le long d'une plaque plane.

C'est ainsi que les études du régime permanent ont porté sur les cas où la réaction chimique entre le composant B du fluide et le réactif A présent à l'interface, est irréversible d'ordre deux et très rapide [1-3] et d'ordre un [4-7]. Pour ce dernier type de réaction, une solution analytique exacte des équations de bilan n'est pas possible dans tout le domaine de variation de la vitesse de réaction. Seules peuvent être obtenues deux solutions limites exactes, l'une correspondant aux réactions lentes, l'autre aux réactions rapides.

Shiotsuka et Sano [7] ont résolu ce problème par analogie avec le transfert de chaleur non-stationnaire dans une couche limite laminaire : ils ont mis en évidence l'analogie formelle qui existe entre le bilan de matière (régime stationnaire) et la transformée de Laplace du bilan thermique (régime non-stationnaire). Ils proposent une solution analytique approchée couvrant tout le domaine possible de variation de la vitesse de réaction et ayant comme asymptotes

les solutions limites exactes trouvées. L'expression analytique approchée de ces auteurs a une forme légèrement différente de celle proposée par Cess [8] pour le transfert de chaleur non-stationnaire dans une couche limite laminaire formée sur une plaque.

Shiotsuka et Sano [9] ont également étudié le cas du transfert de matière non-stationnaire avec réaction d'ordre un ; ils utilisèrent cette fois l'analogie formelle entre les transformées de Laplace des bilans locaux instantanés de matière de Laplace des bilans locaux instantanés de matière et de chaleur.

Le but de la présente note est de donner une solution analytique approchée du problème de transfert de matière stationnaire avec réaction irréversible d'ordre un, puis d'ordre deux. Pour le cas de la réaction d'ordre un, cette solution est en effet beaucoup plus simple que celle de Shiotsuka et Sano et, par conséquent, d'emploi plus commode. Dans les deux cas, on suppose un profil de vitesse et un profil de concentration en similitude et linéaires.

EQUATIONS A RESOUDRE

Considérons le cas simple d'une *plaque plane* contenant le composant A , immergée sous incidence nulle dans un *liquide* en mouvement à la vitesse uniforme u_∞ , chimiquement réactif avec A par le soluté B qu'il renferme (Fig. 1).

La réaction chimique mise en jeu :



a lieu dans la couche limite laminaire développée le long de la plaque et sa vitesse est r_A ; z est le

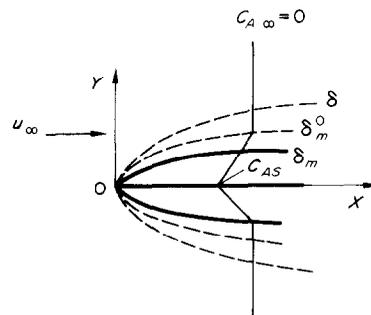


FIG. 1. Couches limites autour d'une plaque plane.

coefficient stoechiométrique de B dans cette réaction.

En faisant les hypothèses classiques de la couche limite, la solution mathématique du problème correspondant à un écoulement permanent laminaire incompressible, à température constante, s'obtient à partir des équations différentielles suivantes :

équation de conservation de la masse de fluide

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

équation du mouvement

$$v \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = u_x \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (3)$$

équation de bilan du réactif A

$$D_A \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} - r_A = u_x \cdot \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} \quad (4)$$

équation de bilan du soluté B

$$D_B \cdot \frac{\partial^2 C_B}{\partial y^2} - z \cdot r_A = u_x \cdot \frac{\partial C_B}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial C_B}{\partial y} \quad (5)$$

Dans l'écriture de ces équations, on néglige la diffusion dans la direction $0x$ de l'écoulement et on suppose que les concentrations de A , de B et des produits de réaction sont suffisamment faibles pour ne pas affecter les propriétés du fluide.

Les conditions aux limites pour la vitesse et pour les concentrations sont les suivantes :

$$y = 0, \quad u_x = u_y = 0, \quad C_A = C_{A_s}, \quad C_B = C_{B_s}, \quad \frac{\partial C_B}{\partial y} = 0 \quad (6a)$$

$$y = \delta, \quad u_x = u_y = 0,99 \cdot u_\infty \quad (6b)$$

$$y = \delta_m, \quad C_A = 0, \quad C_B = 0,99 \cdot C_{B_\infty} \quad (6c)$$

On trouvera dans la liste de notation la signification des différents symboles utilisés (par hypothèse, δ est supérieur à δ_m le fluide considéré étant un liquide).

Dans l'analyse des phénomènes de transfert de matière avec réaction chimique, on a habitude

de rechercher l'expression du facteur de réaction ou d'accélération ϕ qui représente le rapport du flux de diffusion avec réaction $k_L \cdot C_{A_s}$ au flux de diffusion sans réaction $k_L^0 \cdot C_{A_s}$ en fonction du paramètre γ qui chiffre l'importance de la cinétique de la réaction par rapport au transfert purement diffusif. Pour une réaction d'ordre un, de constante de vitesse k_1 :

$$\gamma = \frac{(k_1 \cdot D_A)^{\frac{1}{2}}}{k_L^0} \quad (7)$$

L'intérêt de cette formulation réside dans le fait que ϕ est une mesure quantitative de l'influence de la réaction chimique sur la quantité de matière transférée, par rapport au transfert purement physique, et que ce facteur varie entre les deux solutions limites $\phi = 1$ (pas de réaction, $\gamma \rightarrow 0$) et $\phi = \gamma$ (réaction très rapide, $\gamma \rightarrow \infty$).

SOLUTION APPROCHEE POUR UNE REACTION IRREVERSIBLE D'ORDRE UN

La vitesse de la réaction a pour expression :

$$r_A = k_1 \cdot C_A \quad (8)$$

La combinaison des équations (2) et (4) conduit à l'équation suivante :

$$D_A \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} - k_1 \cdot C_A = u_x \cdot \frac{\partial C_A}{\partial x} - \left[\int_0^y \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot dy \right] \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} \quad (9)$$

dont l'intégration par rapport à y donne :

$$-D_A \cdot \left(\frac{\partial C_A}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{d}{dx} \left[\int_0^\infty u_x \cdot C_A \cdot dy \right] + k_1 \cdot \int_0^\infty C_A \cdot dy \quad (10)$$

Pour résoudre cette dernière équation, Bird *et al.* [5] ont proposé d'introduire des profils de vitesse et de concentration semblables, c'est-à-dire :

$$\frac{u_x}{u_\infty} = \frac{y}{\delta} \text{ pour } \frac{y}{\delta} \leq 1 \quad (11a)$$

$$\frac{C_{As} - C_A}{C_{As}} = \frac{y}{\delta_m} \text{ pour } \frac{y}{\delta_m} \leq 1. \quad (11b)$$

Dans ces conditions, l'expression (10) s'écrit :

$$\frac{1}{Sc} = \frac{4}{3} \cdot x \cdot \frac{d(\Delta^3)}{dx} + \Delta^3 + 6 \cdot \frac{k_1 \cdot x}{u_\infty} \cdot \Delta^2 \quad (12)$$

où $\Delta = \delta_m/\delta$ désigne le rapport de l'épaisseur de la couche limite de concentration à celle de la couche limite dynamique et $Sc = \nu/D_A$ le nombre de Schmidt correspondant au composant A .

Par définition du facteur de réaction ϕ , celui-ci est aussi égal au rapport des pentes des profils de concentration en $y = 0$, c'est-à-dire, étant donné l'hypothèse de linéarité des profils de concentration :

$$\phi = \frac{[(\partial C_A/\partial y)]}{[(\partial C_A/\partial y)^\circ]}_{y=0} = \frac{1/\delta_m}{1/\delta_m^\circ} = \frac{\delta/\delta_m}{\delta/\delta_m^\circ} = \frac{\Delta^\circ}{\Delta} \quad (13)$$

où l'exposant $^\circ$ caractérise l'absence de réaction.

L'équation (12) s'écrit donc :

$$\frac{1}{Sc} = \frac{4}{3} \cdot x \cdot \frac{d[(\Delta^\circ/\phi)^3]}{dx} + \left(\frac{\Delta^\circ}{\phi}\right)^3 + 6 \cdot \frac{k_1 \cdot x}{u_\infty} \cdot \left(\frac{\Delta^\circ}{\phi}\right)^2 \quad (14)$$

et son intégration conduit à des solutions simples dans les cas particuliers suivants :

diffusion sans réaction

$$\phi = 1 \quad (15a)$$

réaction très rapide

$$\phi = \gamma = 2,45 \cdot \left(\frac{k_1 \cdot x}{u_\infty}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{2}}. \quad (15b)$$

L'importance des approximations faites ci-dessus peut être chiffrée en comparant l'expression (15b) de γ à celle que l'on obtiendrait à partir de (7) en utilisant la valeur de k_L^0 déduite par un développement plus rigoureux [10], c'est-à-dire :

$$\gamma = 3 \cdot \left(\frac{k_1 \cdot x}{u_\infty}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot Sc^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

La comparaison des coefficients numériques des relations (15b) et (16) montre que les approximations sont raisonnables dans le cas présent de la recherche d'une solution approchée.

Celle-ci peut s'obtenir aisément en admettant que $\Delta = \Delta^\circ/\phi = \delta_m/\delta$ ne varie pas avec x , ce qui revient à supposer que ϕ est indépendant de x et donc que ϕ (facteur de réaction local) est égal à $\bar{\phi}$ (facteur de réaction moyen). En toute rigueur, cette approximation n'est possible que dans le cas des réactions lentes ou pour les faibles distances à partir du bord d'attaque de la plaque.

Dans ces conditions, l'intégration de (14) conduit directement à la relation cherchée entre ϕ et γ , soit :

$$\phi^3 = 1 + \gamma^2 \cdot \phi \quad (17)$$

qui est une équation cubique en ϕ dont la seule racine réelle possible est :

$$\phi = \left[0,5 + \sqrt{\left(-\frac{\gamma^6}{27} + 0,25\right)}\right]^{\frac{1}{3}} + \left[0,5 - \sqrt{\left(-\frac{\gamma^6}{27} + 0,25\right)}\right]^{\frac{1}{3}} \quad (18)$$

pour des valeurs de γ inférieures à 1,38 qui correspondent aux valeurs de k_1 ou de x faibles.

La solution (17) permet de calculer γ connaissant ϕ et donc de tracer la courbe $\phi(\gamma)$ qui se superpose à la représentation de (18) pour γ inférieur à 1,38.

Il est intéressant de comparer ces solutions à celles que l'on peut déduire, pour ϕ ou $\bar{\phi}$, des travaux cités ci-dessus et se rapportant au même problème, c'est-à-dire :

—les résultats de Chambre et Young [4], obtenus pour $Sc = 1$:

$$\phi = \sum_{i=0}^{i=4} [\theta'_0(0)]^{2i-1} \cdot [\theta'_i(0)] \cdot \gamma^{2i} \text{ pour } \gamma < 3 \quad (19)$$

$$\bar{\phi} = \sum_{i=0}^{i=4} \frac{2^i}{i+1} \cdot [\theta_0(0)]^{2i-1} \cdot [\theta'_i(0)] \cdot \bar{\gamma}^{2i}$$

pour $\bar{\gamma} < 1,5$. (20)

Les diverses constantes $\theta'_i(0)$ ont été tabulées par ces auteurs [$\theta'_i(0)$ est la valeur en $\eta = y \cdot (u_\infty/\nu \cdot x)^{\frac{1}{2}} = 0$ de la dérivée par rapport à η des concentrations relatives $\theta_i(\eta)$ intervenant dans la série proposée pour décrire le profil de concentration dans la couche limite].

—les résultats de Goddard et Acrivos [6] pour les réactions lentes, c'est-à-dire :

$$\phi = \exp\left(-\frac{\gamma^2}{\pi}\right) + \text{erf}\left(\frac{\gamma^2}{\pi}\right) \text{ pour } Sc \text{ faible (21)}$$

$$\phi = 1 + 0,291 \cdot \gamma^2 + \dots \text{ pour } Sc \text{ grand. (22)}$$

—les expressions limites de Shirotuka et Sano [7] et de Cess [8] qui conduisent à :

Pour γ petit

$$\phi = 1 + \theta_0(0) \cdot \theta'_1(0) \cdot Sc^{-1} \cdot \gamma^2 + \theta_2(0) \cdot [\theta'_0(0)]^3 Sc^{-2} \gamma^4 + \dots \quad (23)$$

dont les relations (19) et (22) en sont des cas particuliers respectivement pour $Sc = 1$ et Sc supérieur à 10.

Pour γ grand

$$\phi = \gamma + \frac{0,02075}{[\theta'_0(0)]^3} \cdot Sc \cdot \frac{1}{\gamma^2} + \dots \quad (24)$$

Les constantes $\theta_0(0)$, $\theta'_1(0)$, $\theta_2(0)$ ont la même signification que les constantes $\theta'_i(0)$ des expressions (19) et (20). Elles ont été tabulées par Shirotuka et Sano pour $Sc = 1$ et $Sc = 10$ et aussi par Cess en transfert de chaleur pour plusieurs valeurs du nombre de Prandtl.

—la solution approchée liant ϕ et γ et ayant les expressions (23) et (24) comme asymptotes. Shirotuka et Sano [7] et Cess [8] n'ont pas utilisé la même forme d'expression analytique approchée du gradient de concentration ou de température en $y = 0$. Nous avons recherché la relation liant ϕ et γ en utilisant la forme approchée de Cess, celle des autres auteurs

contenant des constantes apparemment erronées. Elle s'écrit :

$$\phi = -\frac{1}{\theta'_0(0)} \left[\frac{a_1 \cdot (\alpha \cdot \gamma^2 + a_2)}{(\alpha \cdot \gamma^2 + a_3)^{\frac{1}{2}}} + \frac{a_4 \cdot \alpha \cdot \gamma^2}{(\alpha \cdot \gamma^2 + a_5)^2} \right] \quad (25)$$

où a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 et $\theta'_0(0)$ sont les constantes employées par Cess et où $\alpha = [\theta'_0(0)]^3/Sc$.

Ces diverses solutions étant souvent très proches l'une de l'autre, elles n'ont pas été comparées sur le graphique classique $\phi(\gamma)$ mais on a préféré chercher leurs écarts relatifs à la solution de Hatta $\phi = \gamma/\text{th}\gamma$, qui découle du modèle simpliste du film; ce mode de comparaison a déjà été utilisé par les auteurs [11]. Nous voyons, sur la Fig. 2 que l'expression (17) diffère seulement de quelques pour cent des relations exactes dans leurs régions respectives de validité et qu'elle est une bien meilleure approximation que la solution (25), surtout si on l'utilise avec l'expression rigoureuse de γ .

SOLUTION APPROCHEE POUR UNE REACTION IRREVERSIBLE D'ORDRE DEUX

La vitesse de la réaction ayant pour expression :

$$r_A = k_2 \cdot C_A \cdot C_B \quad (26)$$

il est possible d'obtenir une solution approchée dans le cas particulier où $D_A = D_B = D$. En effet, en retranchant membre à membre les égalités (4) et (5) et en faisant le changement de variable :

$$C_U = \frac{1}{z} \cdot C_B - C_A \quad (27)$$

il vient :

$$D \cdot \frac{\partial^2 C_U}{\partial y^2} = u_x \cdot \frac{\partial C_U}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial C_U}{\partial y} \quad (28)$$

avec les conditions aux limites :

$$y = 0, C_U = C_{Us} = \frac{1}{z} \cdot C_{Bs} - C_{As}$$

$$D \cdot \frac{\partial C_U}{\partial y} = -D \cdot \frac{\partial C_A}{\partial y} \quad (29a)$$

$$y = \delta_m, C_U = C_{U_\infty} = \frac{1}{z} \cdot C_{B_\infty} \quad (29b)$$

c'est-à-dire:

$$C_{B_s} = C_{B_\infty} - z \cdot C_{A_s}(\phi - 1). \quad (31)$$

Un raisonnement similaire a été fait récemment par Brunson et Wellek [12].

L'équation (28) avec les conditions aux limites (29) traduit le bilan local du composant fictif U qui diffuserait dans la couche limite laminaire en l'absence de réaction chimique. On démontre alors aisément que :

$$\phi \cdot C_{A_s} = C_{U_\infty} - C_{U_s} \quad (30)$$

Lorsque la réaction de A sur B est instantanée, le facteur de réaction ϕ se confond avec $\phi_{i,r}$, ou facteur de réaction correspondant à une réaction infiniment rapide. Parmi les solutions obtenues dans ce cas, citons celle de Potter [1] donnée pour $C_{B_\infty}/C_{A_s} > 2$ et qui, si $D_A = D_B = D$, permet d'écrire la relation (31) sous la forme :

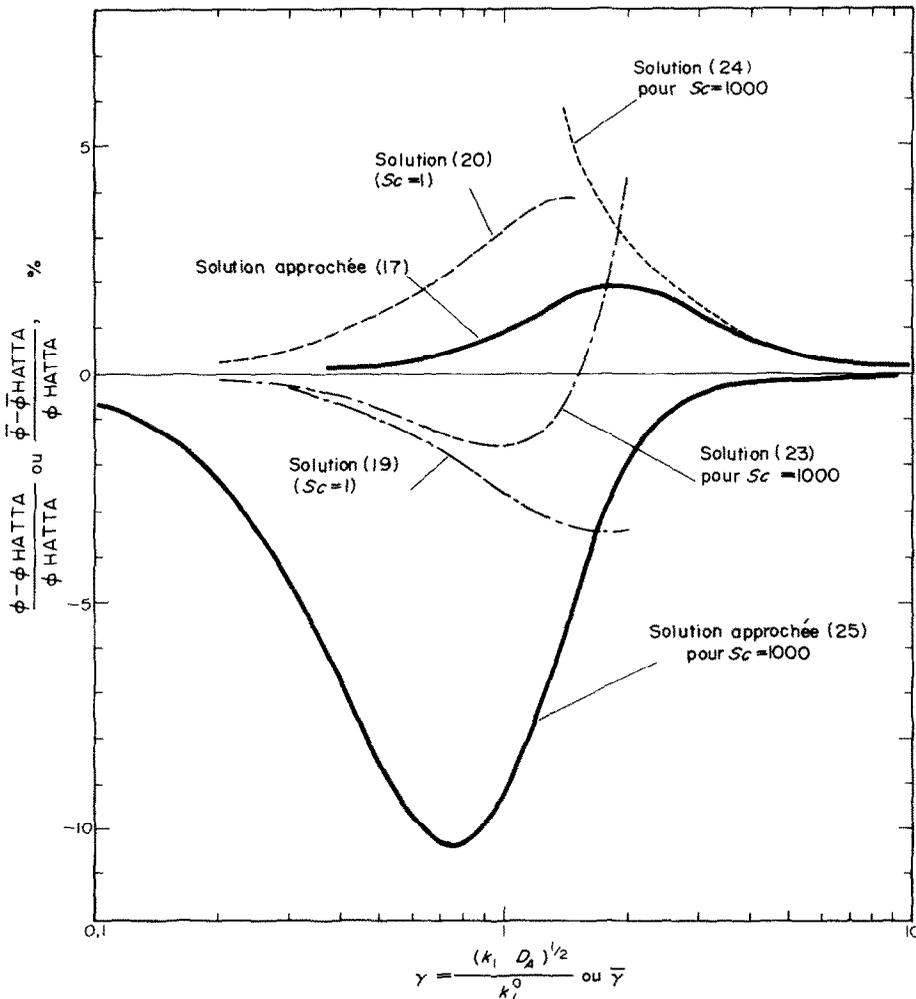


FIG. 2. Comparaison des solutions théoriques avec la solution de Hatta.

$$\frac{C_{Bs}}{C_{B\infty}} = \frac{\phi_{i.r.} - \phi}{\phi_{i.r.} - 1} \quad (32)$$

En admettant, comme Van Krevelen et Hoftijzer [13], que dans la couche limite laminaire, C_B est égal à C_{Bs} au moins jusqu'à la profondeur de pénétration de A , la réaction entre A et B devient du pseudo-premier ordre dans une zone où la concentration de B a pour valeur $C_B = C_{Bs}$. On peut alors appliquer la relation (17) en remplaçant γ par γ' tel que :

$$\gamma' = \gamma \cdot \left(\frac{C_{Bs}}{C_{B\infty}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(k_2 \cdot C_{B\infty} \cdot D_A)^{\frac{1}{2}}}{k_L^0} \cdot \left(\frac{C_{Bs}}{C_{B\infty}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

et par conséquent :

$$\phi^3 = 1 + \gamma^2 \cdot \frac{\phi_{i.r.} - \phi}{\phi_{i.r.} - 1} \cdot \phi \quad (34)$$

qui peut être aisément représentée sur le diagramme classique $\phi(\gamma, \phi_{i.r.})$.

Moyennant les approximations proposées par Hikita et Asai [14], il est encore possible d'appliquer la relation (17) dans le cas de réactions irréversibles d'ordre général.

La solution analytique approchée (17) donnant le facteur de réaction pour une réaction chimique irréversible d'ordre un dans une couche limite laminaire a l'avantage de couvrir tout le domaine de variation possible de la vitesse de réaction, d'être beaucoup plus simple et aussi plus exacte que la solution approchée que nous donnait la littérature. Les auteurs l'avaient déjà comparée [11] à plusieurs solutions théoriques correspondant à divers modèles, mais sa méthode de déduction n'avait pas été publiée à ce jour. Les déviations observées entre

ces solutions étaient inférieures à 10 per cent : l'expression (17), du fait de sa simplicité, pourrait par conséquent avoir des avantages pratiques.

BIBLIOGRAPHIE

1. O. POTTER, Chemical reaction in the laminar boundary layer. Instantaneous reaction, *Trans. Instn Chem. Engrs* **36**, 415 (1958).
2. A. ACRIVOS, *Chem. Engng. Sci.* **13**, 57 (1960).
3. M. LITT et S. K. FRIEDLANDER, *A.I.Ch.E.Jl* **5**, 483 (1959).
4. P. L. CHAMBRE and J. D. YOUNG, On the diffusion of a chemically reactive species in a laminar boundary layer flow, *Physics Fluids* **1**, 48 (1958).
5. R. BIRD, W. STEWART and E. LIGHTFOOT, *Transport Phenomena*, p. 605. John Wiley, New York (1962).
6. J. R. GODDARD and A. ACRIVOS, An analysis of laminar forced-convection mass transfer with homogeneous chemical reaction, *Q. J. Mech. Appl. Math.* **20**, 471 (1967).
7. T. SHIROTSUKA and M. SANO, Analogy between non-steady heat transfer and mass transfer with chemical reaction in laminar boundary layer, *Mem. Sch. Sci. Engng. Waseda Univ.* No. 30, 39-56 (1966).
8. R. D. CESS, Heat transfer to laminar flow across a flat plate with non-steady surface temperature, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs* **274** (August 1961).
9. T. SHIROTSUKA and M. SANO, Unsteady mass transfer with irreversible first-order reaction in a laminar boundary layer, *Kagaku kogaku* **31**, 1135-1136 (1967).
10. C. O. BENNET and J. E. MYERS, *Momentum, Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill, New York (1962).
11. J. J. RONCO et F. COEURET, Transfert de matière avec réaction chimique: solution généralisée donnant le facteur de réaction, *Chim. Ind.* **100** (2), 189 (1968).
12. R. J. BRUNSON and R. M. WELLEK, Determination of the enhancement factor for mass transfer with an instantaneously fast chemical reaction. *Chem. Engng Sci.* **25**, 904-906 (1970).
13. D. VAN KREVELEN et R. HOFTIJZER, *Rec. Trav. Chim.* **67** (9/10), 563 (1948).
14. H. HIKITA and S. ASAI, Gas absorption with (m, n)th order irreversible chemical reaction, *Int. Chem. Engng* **2**, 332 (1964).

MASS TRANSFER WITH IRREVERSIBLE CHEMICAL REACTION IN A LAMINAR BOUNDARY LAYER

Abstract—In this paper, an approximate solution to the problem of steady diffusion with a first-order irreversible chemical reaction in a laminar boundary layer over a flat plate, is derived. This solution, that gives the reaction factor is obtained for high Schmidt numbers. It has been compared with other theoretical expressions deduced from the literature, and the comparison shows its value. The case of a second-order irreversible chemical reaction is also studied in the paper.

STOFFÜBERTRAGUNG MIT IRREVERSIBLER CHEMISCHER REAKTION IN EINER
LAMINAREN GRENZSCHICHT

Zusammenfassung—In dieser Arbeit wird eine approximative Lösung für das Problem der stationären Diffusion mit einer irreversiblen chemischen Reaktion erster Ordnung in einer laminaren Grenzschicht über einer ebenen Platte abgeleitet.

Diese Lösung für den Reaktionsfaktor ist für grosse Schmidt-Zahlen gültig. Die Lösung wurde mit anderen theoretischen Ausdrücken aus der Literatur verglichen, und damit wurde auch ihre Brauchbarkeit nachgewiesen. In der Arbeit wird auch der Fall einer irreversiblen chemischen Reaktion zweiter Ordnung untersucht.

ПЕРЕНОС МАССЫ ПРИ НАЛИЧИИ НЕОБРАТИМОЙ ХИМИЧЕСКОЙ
РЕАКЦИИ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Аннотация—В данной статье получено приближённое решение задачи об установившейся диффузии при наличии необратимой химической реакции первого рода в ламинарном пограничном слое на плоской пластине.

Решение, полученное для больших чисел Шмидта, сравнивается с другими теоретическими выражениями, взятыми из литературы. В статье также рассматривается случай необратимой химической реакции второго рода.